

UDK 624.7:624.012.45

Primljeno 15. 7. 2001.

# Naponska prelaganja od puzanja betona na spregnutim mostovima

Dragutin Horvatić, Darija Živni

## Ključne riječi

puzanje betona,  
idealni modul,  
odnos  $n_L$ ,  
korekcijski faktor  $\Psi$ ,  
koeficijenti relaksacije,  
naponske promjene

## Key words

creep of concrete,  
effective modulus,  
ratio  $n_L$ ,  
creep multiplier  $\psi$ ,  
relaxation coefficients,  
stress changes

## Mots clés

fluage du béton,  
module idéal,  
rapport  $n_L$ ,  
facteur de correction  $\Psi$ ,  
coefficients de relaxation,  
changements des  
contraintes

## Ключевые слова:

ползучесть бетона,  
идеальный модуль,  
отношение  $n_L$ ,  
коррекционный фактор  
 $\Psi$ , коэффициенты  
релаксации, изменения  
напряжений

## Schlüsselworte:

Betonkriechen,  
Idealmodul,  
Verhältnis  $n_L$ ,  
Korrektionsfaktor  $\Psi$ ,  
Relaxationskoeffiziente,  
Spannungsänderungen

D. Horvatić, D. Živni

Prethodno priopćenje

## Naponska prelaganja od puzanja betona na spregnutim mostovima

U konverziji probne norme za mostove ENV-1994-2 u EN postavlja se pitanje točnijeg proračunavanja naponskog prelaganja od puzanja betona. Za manje raspone spregnutih mostova udio betona je relativno veći, pa je i utjecaj puzanja na nosač jači. U točnijoj analizi koeficijent puzanja  $\phi$  treba korigirati s faktorima  $\Psi_{A,L}$  i  $\Psi_{I,L}$ . U radu se prikazuje geneza korekcijskih faktora  $\Psi$ , a na primjeru su pokazane razlike koje prema dopuštenoj aproksimaciji nisu uvijek na strani sigurnosti.

D. Horvatić, D. Živni

Preliminary note

## Stress transfer due to creep of concrete on composite bridges

The issue of a more accurate calculation of stress transfer induced by creep of concrete was raised during conversion of the European prestandard for bridges ENV-1994-2 into the European standard (EN). For smaller spans of composite bridges the proportion of concrete is relatively higher, so that the influence of creep on girder is also higher. In a more accurate analysis the coefficient of creep  $\phi$  should be corrected using factors  $\Psi_{A,L}$  and  $\Psi_{I,L}$ . The genesis of creep multipliers  $\psi$  is presented and the differences which, according to allowable approximation, are not always on the side of safety, are illustrated by an example.

D. Horvatić, D. Živni

Note préliminaire

## Changements des contraintes dus au fluage du béton dans les ponts mixtes

Dans le cadre de la conversion de la norme provisoire pour les ponts ENV-1994-2 au stade EN, la question se pose de savoir comment calculer le plus précisément possible les changements des contraintes dus au fluage du béton. En cas de faibles portées des ponts mixtes, la part du béton est relativement plus importante, donc l'influence du fluage sur la poutre est plus forte. Dans une analyse plus précise, le coefficient de fluage  $\phi$  doit être corrigé par des facteurs  $\Psi_{A,L}$  i  $\Psi_{I,L}$ . Cet article décrit la genèse des facteurs de correction  $\Psi$ , tandis qu'un exemple montre les différences que l'approximation autorisée ne met pas toujours du côté de la sécurité.

Драго Хорватич, Дария Живни

Предварительное сообщение

## Переброска напряжений от ползучести бетона на сопряжённых мостах

В конверсии пробной нормы для мостов ENV-1994-2 в EN ставится вопрос более точного расчёта переброски напряжений в бетоне от его ползучести. Для меньших пролётов сопряжённых мостов часть бетона является относительно большей, так что и влияние ползучести на балку более сильным. В более точном анализе коэффициент ползучести  $\phi$  корректировать с факторами  $A_L$  и  $I_L$ . В работе показывается генезис корректировочных факторов  $\Psi$ , а на примере показаны разницы, которые, согласно допустимой аппроксимации, не всегда на стороне надёжности.

D. Horvatić, D. Živni

Vorherige Mitteilung

## Spannungsübergang durch Betonkriechen an Verbundträgern

In der Konversion der Probenorm für Brücken ENV-1994-2 in EN stellt sich die Frage über die genauere Berechnung des Spannungsübergangs durch Betonkriechen. Für kleinere Spannweiten der Verbundbrücken ist der Anteil des Betons relativ grösser. In der genaueren Analyse muss der Kriechkoeffizient  $\phi$  mit den Faktoren  $\Psi_{A,L}$  und  $\Psi_{I,L}$  korrigiert werden. Im Artikel ist die Entstehung der Korrekturfaktoren  $\Psi$  dargestellt. Im Zahlenbeispiel sind die Unterschiede gezeigt die nach der zugelassenen Approximation nicht immer an der Seite der Sicherheit sind.

Autori: Prof. dr. sc. **Dragutin Horvatić**, dipl. ing. građ.; **Darija Živni**, dipl. ing. građ., Sveučilište u Zagrebu, Građevinski fakultet, Zagreb, Kačićeva 26

## 1 Uvod

U tijeku je postupak konvertiranja probne norme ENV 1994. za spregnute konstrukcije u EN i u sadašnjoj je fazi prvi dio obrađen na razini "draft 3" i predan na širu raspravu. Drugi dio koji se odnosi na spregnute mostove u početnoj je fazi, ali je na posljednjoj sjednici Tehničkog odbora TC11-ECCS održanoj u travnju 2001. načeta tema o točnijem proračunu utjecaja puzanja i skupljanja betona na konstrukcijama mostova. Naime, u probnoj normi izdanja ENV za mostove učinjen je kompromis između postupaka britanske i njemačke škole. U britanskim normama je taj proračun vrlo pojednostavljen, dok se u njemačkim normama znatno preciznije definira koeficijent puzanja  $\varphi$  i njegov utjecaj s posebnim računskim postupcima. U probnoj normi ENV primijenjena je formalna klauzula "... ako je izostavljen precizniji postupak..." onda se može računati s odnosom efektivnog modula elastičnosti  $n_L = n_0 (1 + \psi\varphi)$ . Pri izradi probne norme ENV 1994-2 (mostovi) bio je predložen u dodatku i precizniji postupak s različitim korekcijskim faktorima  $\psi_A$  i  $\psi_I$ , ali je u konačnom tekstu izostavljen. Sada se u prijedlozima za konvertiranje ponovno pokreće rasprava za primjenu tzv. točnijih postupaka s obzirom na to da uz primjenu računala nema ograničenja "preopširnosti" proračunavanja. U posljednjih tridesetak godina u njemačkim laboratorijima obavljena su opširna istraživanja ovog problema, a rezultati su uvrštavani u sve nove "pojednostavljene" postupke proračunavanja. U nastavku će biti prikazano nekoliko postupaka koji su se u praksi već potvrdili na velikim projektima mostova.

## 2 Utjecaj puzanja

Svi postupci kojima se proračunava naponska preraspodjela od utjecaja reoloških svojstava betona temelje se na prvim mjerenjima obavljenim 30-ih godina prošlog stoljeća. Na temelju rezultata ovih mjerenja, Dischinger je 1937. godine prvi put postavio poznatu tročlanu diferencijalnu jednadžbu za deformiranje betona ovisno o vremenu:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E_c} \frac{d\sigma_c}{dt} + \frac{\sigma_c}{E_c} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{\varepsilon_s}{\varphi_\infty} \frac{d\varphi}{dt} \quad (1)$$

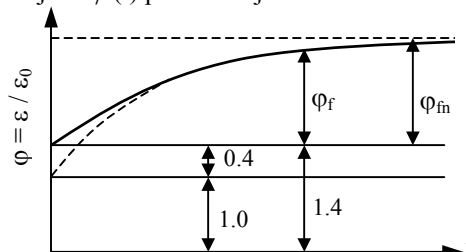
Prvi dio odnosi se na elastičnu deformaciju ( $\varepsilon_{el}$ ), drugi dio na viskoznu (polaganu) deformaciju betona ( $\varepsilon_v$ ), a treći dio na deformaciju skupljanja ( $\varepsilon_s$ ). Viskozna se deformacija izražava s tzv. mjerom puzanja  $\varphi$ , a deformacija skupljanja  $\varepsilon_s$  je proporcionalna mjeri puzanja  $\varphi$ . U kasnijoj razradi viskozne deformacije razdvaja se nepovratni dio sa  $\varphi_0 \cdot k_{f,t}$  i povratni dio sa  $0,4 \cdot k_{v,t}$ . Ako spreznje traje dulje od 3 mjeseca može se uzeti približno ko-

eficijent  $k_{v,t} = 1$ , tako da se ukupna elastična deformacija povećava za 40%.

$$\varphi_t = \varphi_0(k_{f,t} - k_{f,0}) + 0,4k_{v,t} = \varphi_f + \varphi_d \quad (2a)$$

$$\text{Za } t-t_0 \geq 3 \text{ mjeseca: } \varphi_t = \varphi_f + 0,4 \quad (2b)$$

Vrijednosti  $\varphi_0$ ,  $k_f$  i  $k_v$  mogu se naći u literaturi npr. [1, 2, 3], a promjena  $\varphi(t)$  prikazana je na slici 1.



Slika 1. Odnosi za efektivni modul elastičnosti

Na osnovi toga razrađeni su novi postupci proračunavanja. Najčešće primjenjivani postupak proračunavanja jest onaj s efektivnim (idealnim) modulom elastičnosti koji se za ovaj slučaj definira:

$$E_{c,t} = \frac{\sigma_c}{\varepsilon_u} = \frac{\sigma_c}{\varepsilon_0(1 + 0,4 + \varphi_f)} = \frac{E_{c0}}{1,4(1 + \varphi_f/1,4)} \quad (3)$$

Uz dodatne oznake:  $E_{c0}/1,4 = E_{c,d}$  i  $\varphi_f/1,4 = \varphi_{f,d}$ :

$$E_{c,t} = \frac{E_{c,d}}{1 + \varphi_{f,d}} \quad (4)$$

Daljnja promjena utjecaja puzanja na spregnutom nosaču pojednostavljeno se obavlja korekcijskim faktorom  $\psi$  [1] koji ima svoje modifikacije  $\psi_{A,L}$  i  $\psi_{I,L}$ . Simbol  $A$  označuje utjecaj na površinu betona, a simbol  $I$  utjecaj na momente tromosti betona, dok se sa  $L$  označuje vrsta vanjskog utjecaja.

Efektivni modul elastičnosti na spregnutom nosaču dobiva prema tome konačni oblik:

$$E_{c,t}^A = \frac{E_{c,d}}{1 + \psi_{A,L}\varphi_{f,d}} \text{ i } E_{c,t}^I = \frac{E_{c,d}}{1 + \psi_{I,L}\varphi_{f,d}} \quad (5)$$

## 3 Postupak s efektivnim modulom elastičnosti

U elastičnoj analizi spregnutog nosača različita se svojstva betona i čelika obično svode na elastična svojstva čelika, tako da se svi betonski dijelovi reduciraju s odnosom mjerodavnih modula elastičnosti  $n = E_d/E_c$ . Treba razlikovati:

$$\text{Za } t = t_0 \dots n_0 = E_d/E_c \dots A_{c,r} = A_c/n_0 \dots I_{c,r} = I_c/n_0$$

$$\text{Za } t = t_n \dots n_d = E_d \cdot 1,4/E_c \dots n_{A,L} = n_d(1 + \psi_{A,L}\varphi_{f,d}) \dots n_{I,L} = n_d(1 + \psi_{I,L}\varphi_{f,d})$$

( $n_d$  se odnosi na pretpostavku da sprezanje traje dulje od 3 mjeseca).

Korekcijski faktori  $\psi_{A,L}$  i  $\psi_{I,L}$  ovise o geometrijskim odnosima unutar spregnutog presjeka koje je primjenjivao i Sattler pri točnijim matematičkim rješenjima [4]:

$$\alpha_N = \frac{A_a I_a}{A_{i0}(I_{i0} - I_c / n_0)} \quad (6)$$

$$\alpha_M = \frac{I_a}{(I_a + I_c / n_0)} \quad (7)$$

$$\alpha_A = \frac{A_a}{A_{i0}} \quad (8)$$

Simbol N označuje utjecaje od uzdužne sile, a simbol M od utjecaja savijanja. U izrazu (6) izostavljen je utjecaj krutosti ploče  $I_c/n_0$  jer ne utječe na deformaciju od uzdužne sile. Ukupna površina  $A_{i0}$  odnosi se na redukciju s odnosom  $n_0$ , dok za trajanje sprežanja dulje od 3 mjeseca treba uvrštavati redukciju s odnosom  $n_d$ .

Točnija rješenja s eksponencijalnim funkcijama (Sattler) i u računalnim softverima bila su neprikladna za praksu, pa je više autora pokušalo unijeti pojednostavljenja za praktično proračunavanje. U njemačkoj praksi zadržao se relativno točan proračun s tzv koeficijentima relaksacije  $\rho_N$  i  $\rho_M$  prema Trostu [5, 6].

$$\rho_N = 0,5 + 0,08\alpha_N\varphi_t \quad (9)$$

$$\rho_M = 0,5 + 0,08\alpha_M\varphi_t \quad (10)$$

$$\rho_N^A = 0,5 + 0,08\alpha_A\varphi_t \quad (11)$$

$$\rho_M^A = 0,5 + 0,08\varphi_t \quad (12)$$

Prva dva koeficijenta (9) i (10) vrijede u granicama za  $\alpha\varphi_t \leq 2,5$ , a druga dva (11) i (12) odnose se na utjecaje od denivelacije ležaja.

#### 4 Korekcijski faktori $\psi$

Koeficijenti relaksacije ulaze u korekcijske faktore  $\psi$  za pojedine utjecaje kako slijedi:

a) Za konstantno naprezanje od uzdužne sile:

$$\psi_{A,L} = \frac{1}{1 - \alpha_N\varphi_t(1 - \rho_N)} \quad (13)$$

$$\psi_{I,L} = \frac{1}{1 - \alpha_M\varphi_t(1 - \rho_M)} \quad (14)$$

b) Za skupljanje betona i prelaganje statički neodređenih veličina:

$$\psi_{A,S} = \psi_{A,X} = \rho_N \quad (15)$$

$$\psi_{I,S} = \psi_{I,X} = \rho_M \quad (16)$$

c) Za prednapon s pomoću krivljenja nosača:

$$\psi_{A,A} = \frac{1}{1 - \alpha_A\varphi_t(1 - \rho_N^A)} \quad (17)$$

$$\psi_{I,A} = \frac{1}{1 - \varphi_t(1 - \rho_M^A)} \quad (18)$$

Uvrštavanjem odgovarajućih koeficijenata za relaksaciju betona  $\rho$  u izraze (13) do (18), dobije se konačni korekcijski faktor  $\psi$  za pojedine slučajeve analize utjecaja od polaganih deformacija betona.

a) Za redukciju površine betona:

$$\psi_{A,L} = \frac{1}{1 - 0,5\alpha_N\varphi_t + 0,08(\alpha_N\varphi_t)^2} \quad (19)$$

$$\psi_{A,S} = 0,5 + 0,08(\alpha_N\varphi_t) \quad (20)$$

$$\psi_{A,A} = \frac{1}{1 - 0,5\alpha_A\varphi_t + 0,08(\alpha_A\varphi_t)^2} \quad (21)$$

b) Za redukciju momenta tromosti betona:

$$\psi_{I,L} = \frac{1}{1 - 0,5\alpha_M\varphi_t + 0,08(\alpha_M\varphi_t)^2} \quad (22)$$

$$\psi_{I,S} = 0,5 + 0,08(\alpha_M\varphi_t) \quad (23)$$

$$\psi_{I,A} = \frac{1}{1 - 0,5\varphi_t + 0,08\varphi_t^2} \quad (24)$$

Umjesto funkcijskih izraza za faktore  $\psi$  mogu se prema [5, 6] za praksu primijeniti prosječne vrijednosti:

$$\psi_{A,L} = 1,1 \quad \psi_{I,L} = 1,7$$

$$\psi_{A,S(X)} = 0,52 \quad (0,55) \quad \psi_{I,S(X)} = 0,7$$

$$\psi_{A,A} = 1,5 \quad \psi_{I,A} = 3,5$$

U Eurokodu za mostove [7] daju se samo korekcijski faktori grupe A (za skupljanje onaj označen u zagradi) dok su ostali izostavljeni. Napominje se da inače faktori grupe I dolaze do izražaja za relativno debele ploče, odnosno za niske čelične dijelove nosača (valjani profili) kakvi se u posljednje vrijeme primjenjuju i na mostovima

#### 5 Redukcijski faktori $n$

Za kratkotrajno opterećenje:  $n_0 = E_a / E_c$  gdje je sa  $E_c$  označen propisani modul elastičnosti betona  $E_{cm}$ .

Za dugotrajno opterećenje:  $t = t_0$  slijedi  $n_0$  ili  $n_d = E_a \cdot 1,4 / E_c$

$t = t_n$  slijedi  $n_{A,L} = n_0(1 + \psi_{A,L}\varphi_t)$  ili  $n_{A,L} = n_d(1 + \psi_{A,L}\varphi_{f,d})$   
gdje je  $\varphi_{f,d} = \varphi_f/1,4$

$$n_{A,S} = n_0(1 + \psi_{A,S}\varphi_t) \quad \text{ili} \quad n_{A,S} = n_d(1 + \psi_{A,S}\varphi_{f,d})$$

$$n_{A,A} = n_0(1 + \psi_{A,A}\varphi_t) \quad \text{ili} \quad n_{A,A} = n_d(1 + \psi_{A,A}\varphi_{f,d})$$

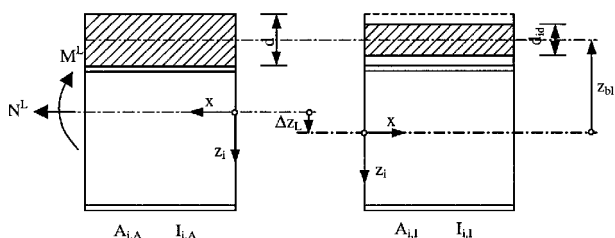
$$n_{I,L} = n_0(1 + \psi_{I,L}\varphi_t) \quad \text{ili} \quad n_{I,L} = n_d(1 + \psi_{I,L}\varphi_{f,d})$$

$$n_{I,S} = n_0(1 + \psi_{I,S}\varphi_t) \quad \text{ili} \quad n_{I,S} = n_d(1 + \psi_{I,S}\varphi_{f,d})$$

$$n_{I,A} = n_0(1 + \psi_{I,A}\varphi_t) \quad \text{ili} \quad n_{I,A} = n_d(1 + \psi_{I,A}\varphi_{f,d})$$

Uz primjenu redukcije za momente tromosti treba reducirati i debljinu ploče pa se za definiranje momenta otpora u betonu uzima idealna debljina betona prema slici 2.

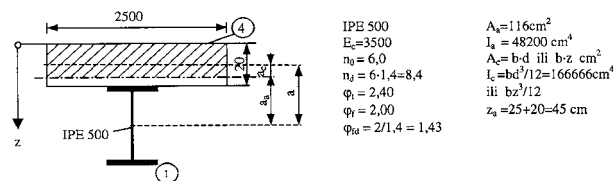
$$d_{id} = \frac{n_{A,L}}{n_{I,L}} \cdot d \quad (25)$$



Slika 2. Redukcija ploče na idealnu debljinu

## 6 Numerički primjer

Roštilji s valjanim profilima česte su konstrukcije za male raspone, tako da se u pojedinim fazama neutralna os nalazi u betonskoj ploči, pri čemu vlačni dio ploče treba isključiti iz nosivosti. Za presjek na slici 3. analiziraju se rubni naponi u betonu i čeliku.



Slika 3. Podaci za numerički primjer

### 6.1 Za $n = 6$

S pretpostavkom sudjelovanja pune ploče:

$$A_i = 116 + 5000/6 = 949,33 \text{ cm}^2,$$

$a_c = (116/949,33) \cdot 35 = 4,3 \text{ cm} < d/2$ . Neutralna os je u ploči pa su dio ploče i krak  $a$  funkcija položaja neutralne osi.

$$\text{Iz jednakosti: } A_i \cdot \frac{z}{2} = A_a \left( z_a - \frac{z}{2} \right)$$

slijedi kvadratna jednažba:

$$\frac{b}{2n} z^2 + A_a z - A_a z_a = 0$$

$$\rightarrow z = \left[ -A_a + \sqrt{A_a^2 + \frac{2b}{n} A_a \cdot z_a} \right] / \frac{b}{n}; \quad z = 13,28 \text{ cm} < d$$

$$a = 45 - 13,28/2 = 38,36 \text{ cm}; \quad a_c = 13,28/2 = 6,64 \text{ cm};$$

$$a_a = 45 - 13,28 = 31,72 \text{ cm}$$

$$A_c/n = 250 \cdot 13,28/6 = 553,33 \text{ cm}^2; \quad S_i = 116 \cdot 31,72 = 3679 \text{ cm}^3; \quad I_c/n = 8132 \text{ cm}^4;$$

$$I_i = I_c/n + I_a + S_i \cdot a = 197458 \text{ cm}^4;$$

$$W_c^4 = (197458/13,28) \cdot 6 = 89213 \text{ cm}^3;$$

$$W_a^1 = 197458/(31,72+25) = 3481 \text{ cm}^3.$$

### 6.2 Za $n = 8,4$ . Neutralna os je u ploči

$$z = 15,23 \text{ cm} < d; \quad A_c/n = 453,3 \text{ cm}^2; \quad I_c/n = 8762 \text{ cm}^4;$$

$$a = 37,38 \text{ cm}; \quad a_c = 7,62 \text{ cm};$$

$$a_a = 29,76 \text{ cm}; \quad S_i = 3452 \text{ cm}^3; \quad I_i = 185998 \text{ cm}^4;$$

$$W_c^4 = (185998/15,23) \cdot 8,4 = 102585 \text{ cm}^3;$$

$$W_a^1 = 185998/(29,76 + 25) = 3396 \text{ cm}^3;$$

Geometrijski odnosi prema izrazima (6), (7), (8).

$$\text{Za } n = n_0 = 6 \quad \alpha_{N,0} = 0,044; \quad \alpha_{M,0} = 0,855; \quad \alpha_{A,0} = 0,173$$

$$\text{Za } n = n_d = 8,4 \quad \alpha_{N,d} = 0,055; \quad \alpha_{M,d} = 0,846; \quad \alpha_{A,d} = 0,203$$

### 6.3 Utjecaj puzanja: $n_0 = 6$ , $\varphi_t = 2,40$

$$\rho_N = 0,5 + 0,08 \cdot 0,044 \cdot 2,40 = 0,508;$$

$$\rho_M = 0,5 + 0,08 \cdot 0,855 \cdot 2,40 = 0,664$$

$$\psi_{A,L} = 1/[1 - 0,044 \cdot 2,40(1 - 0,508)] = 1,054;$$

$$\psi_{I,L} = 1/[1 - 0,855 \cdot 2,40(1 - 0,664)] = 3,22;$$

$$n_{t,L} = 6(1 + 1,054 \cdot 2,40) = 21,17$$

$$n_{t,I} = 6(1 + 3,22 \cdot 2,40) = 52,36$$

$$z_0 = 21,49 > d, \text{ neutralna os je u čeliku.}$$

$$A_c/n_{t,L} = 236,18 \text{ cm}^2; \quad I_c/n_{t,L} = 3183 \text{ cm}^4;$$

$$A_i = 352,18 \text{ cm}^2; \quad a = 45 - 10 = 35 \text{ cm};$$

$$a_c = 11,53 \text{ cm}; \quad a_a = 23,47 \text{ cm}; \quad S_i = 236,18 \cdot 11,53 = 2723 \text{ cm}^3.$$

$$I_i = 48200 + 3183 + 2723 \cdot 35 = 146688 \text{ cm}^4;$$

$$d_{id} = (21,17/52,36) \cdot 20 = 8,09 \text{ cm};$$

$$W_c^4 = 146688 \cdot 21,17 / [11,53 + (8,09/2)] = 199382 \text{ cm}^3;$$

$$W_a^1 = 3026 \text{ cm}^3;$$

6.4 Utjecaj puzanja:  $n_d = 8,4$ ,  $\varphi_t = \varphi_{f,d} = 2,0/1,4 = 1,43$

$$\rho_N = 0,5 + 0,08 \cdot 0,055 \cdot 1,43 = 0,506;$$

$$\rho_M = 0,5 + 0,08 \cdot 0,846 \cdot 1,43 = 0,597$$

$$\psi_{A,L} = 1/[1 - 0,055 \cdot 1,43(1 - 0,506)] = 1,040;$$

$$\psi_{I,L} = 1/[1 - 0,846 \cdot 1,43(1 - 0,506)] = 1,951$$

$$n_{t,L} = 8,4(1 + 1,040 \cdot 1,43) = 20,89$$

$$n_{t,I} = 8,4(1 + 1,951 \cdot 1,43) = 31,83$$

$z_0 = 21,40 > d$ , neutralna os u čeliku.

$$A_c/n_{t,L} = 239,3 \text{ cm}^2; I_c/n_{t,L} = 5236 \text{ cm}^4; A_i = 355,3 \text{ cm}^2; a = 35 \text{ cm};$$

$$a_c = 11,43 \text{ cm}; a_a = 23,57 \text{ cm}; S_i = 239,3 \cdot 11,43 = 116 \cdot 23,57 = 2735 \text{ cm}^3.$$

$$I_i = 48200 + 5236 + 2735 \cdot 35 = 149161 \text{ cm}^4;$$

$$d_{id} = (20,89/31,83) \cdot 20 = 13,13 \text{ cm};$$

$$W_c^4 = 149161 \cdot 20,89/[11,43 + (13,13/2)] = 173157 \text{ cm}^4; W_a^1 = 3071 \text{ cm}^3.$$

6.5 Uz zanemarivanje debljine ploče:

6.5.1 Prvi slučaj: bez utjecaja elastičnog puzanja

$$n_t = 21,17; A_c/n_t = 236,18 \text{ cm}^2; I_c/n_t = 7872 \text{ cm}^4; A_i = 352,18 \text{ cm}^2;$$

$$I_i = 48200 + 7872 + 2723 \cdot 35 = 151377 \text{ cm}^4.$$

$$W_c^4 = 151377 \cdot 21,17/(11,53 + 10) = 148845 \text{ cm}^3; W_a^1 = 3123 \text{ cm}^3.$$

6.5.2 Drugi slučaj: s utjecajem elastičnog puzanja

$$n_t = n_{t,L} = 20,89; A_c/n_t = 239,3 \text{ cm}^2; I_c/n_t = 7978 \text{ cm}^4; A_i = 355,3 \text{ cm}^2;$$

$$I_i = 48200 + 7978 + 2735 \cdot 35 = 151903 \text{ cm}^4.$$

$$W_c^4 = 151903 \cdot 20,89/(11,43 + 10) = 148075 \text{ cm}^3; W_a^1 = 3127 \text{ cm}^3.$$

Za sve slučajeve predloženi postupak zadovoljava kriterij s najvećom vrijednosti

$$\alpha \varphi_t = 0,855 \cdot 2,40 = 2,05 < 2,5.$$

6.6 Aproksimacija prema EC-4

$$\psi_{A,L} = 1,1; n_t = 21,84; A_c/n_t = 228,93 \text{ cm}^2; I_c/n_t = 7610 \text{ cm}^4; A_i = 344,93 \text{ cm}^2;$$

$$a = 35 \text{ cm}; a_c = 11,77 \text{ cm}; a_a = 23,23 \text{ cm}; S_i = 2694 \text{ cm}^3;$$

$$I_i = 48200 + 7610 + 2694 \cdot 35 = 150582 \text{ cm}^4;$$

$$W_c^4 = 150100 \cdot 21,84/21,77 = 150100 \text{ cm}^3; W_a^1 = 150100/(23,23+25) = 3122 \text{ cm}^3.$$

## 7 Usporedbe

Za konstantni moment od  $M = 300 \text{ kNm}$  rubna naprezanja i odnosi za pojedine slučajeve prikazani su u tablici 1.

Tablica 1. Rubna naprezanja i odnosi

Red. faktori	$\sigma_{c,4}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{a,1}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$\sigma_{c,t}/\sigma_{c,0}$	$\sigma_{a,t}/\sigma_{a,0}$
<b>6.1</b> $n_0 = 6$	3,36	86,18	-	-
<b>6.2</b> $n_d = 8,4$	2,92	88,33	86,9%	102%
<b>6.3</b> $n_{t,L} = 21,17$ $n_{t,I} = 52,36$	1,50	99,14	44,6%	115%
<b>6.4</b> $n_{t,L} = 20,89$ $n_{t,I} = 31,83$	1,73	97,69	59,2%	111%
<b>6.5.1</b> $n_{t,L} = 21,17$	2,02	96,06	60,1%	111%
<b>6.5.2</b> $n_{t,L} = 20,89$	2,03	95,94	69,5%	109%
<b>6.6</b> $n_t = 21,84$	1,99	96,09	59,2%	111%

## 8 Komentar rezultata

Početno stanje  $t = t_0$  za beton je nešto povoljnije kada se uzima u obzir elastični dio puzanja betona (slučaj 6.2) uz neznatno povećanje naprezanja na donjem rubu čeličnog nosača. Nastavak u  $t = t_n$  s utjecajem elastičnog puzanja (slučaj 6.4) dobiju se povoljnija naponska prelaganja, nego u slučaju 6.3 kada se elastični dio puzanja zanemaruje. U oba slučaja uzeta je u obzir i reducirana debljina ploče. Uz relativno veliki pad napona u ploči, na donjem rubu čeličnog dijela nosača povećanje naprezanja je 11 do 15%.

Sa zanemarivanjem utjecaja debljine ploče (slučajevi 6.5.1 i 6.5.2) pad napona od puzanja betona nešto je manji, a da se na donjem rubu čelika to jedva odražava.

Konačno, aproksimacija s prosječnim  $\psi_{A,L} = 1,1$  daje rezultat pod 6.6 za koji se ne bi moglo reći da je uvijek na strani veće sigurnosti.

Treba uočiti da do najvećih naponskih prelaganja dolazi za slučaj 6.3 kada analiziramo sprežanje unutar 3 mjeseca, odnosno kada elastični dio puzanja ne dolazi do izražaja i tu se točniji proračun razlikuje u odnosu prema aproksimaciji više od 20% na štetu konstrukcije.

## 9 Zaključak

U ovom se radu upozorava na probleme točnosti proračuna od utjecaja reoloških svojstava betona. Za konstrukcije manjih raspona mostova udio betona je relativno veći u odnosu prema čeličnim dijelovima, pa su i utje-

caji naponskih prelaganja od puzanja betona jače izraženi i tu su poželjni točniji postupci u proračunima. Odabrani numerički primjer pokazuje samo informativ-

no probleme koje treba istraživati, a s više različitih primjera trebalo bi selekcionirati mostovske nosače u grupe za primjenu pojedinih računskih postupaka.

## LITERATURA

- [1] Horvatić, D.; Šavor, Z.: *Metalni mostovi, obnovljeno izdanje*, Hrvatsko društvo građevinskih konstruktora Zagreb, 1998.
- [2] Beton-Kalender 1992., teil II., Ernst & Sohn, str.133.
- [3] Leonhardt, Fritz: *Vorlesungen über Massivbau*, I Band, Springer verlag 1973., str. 31.-36.
- [4] Haensel, J: *Entwurf, Berechnung und Bemessung, in Stahlverbund Brückenbau*, Verlag Stahl Informations Zentrum ,Düsseldorf 1991.
- [5] Bode, Helmut: *Euro-Verbundbau*, 2.Auflage, Werner Verlag, 1998.
- [6] Eurocode: ENV 1994-2, Composite Bridges, CEN Brussels 1997.